

Alltagssituationen für mathematische Bildung nutzen



Jan Lonnemann

Frühe mathematische Kompetenzen – Was Kinder lernen können



Frühe mathematische Kompetenzen - Was Kinder lernen können

Kompetenzbereiche orientiert an den Bildungsstandards
Mathematik für den Primarbereich (KMK, 2005):

- Zahlen und Operationen
- Raum und Form
- Größen und Messen
- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Muster und Strukturen

Frühe mathematische Kompetenzen - Was Kinder lernen können

- Umfangreiche empirische Befunde sowie Entwicklungsmodelle zum Bereich „Zahlen und Operationen“
- Forschungsbedarf insbesondere in den Bereichen „Muster und Strukturen“ und „Daten und Wahrscheinlichkeit“

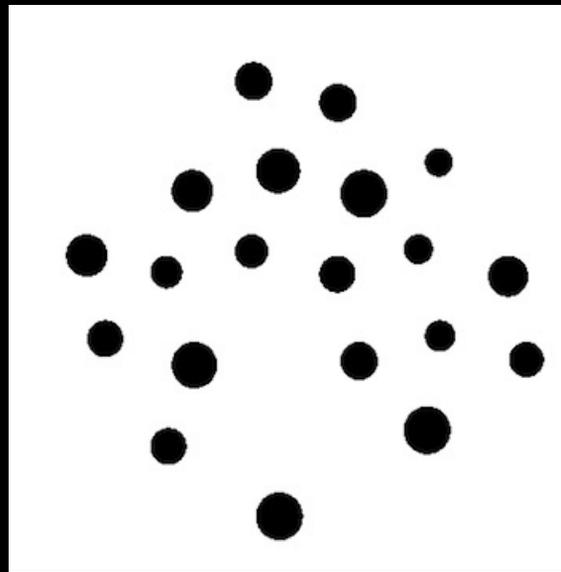
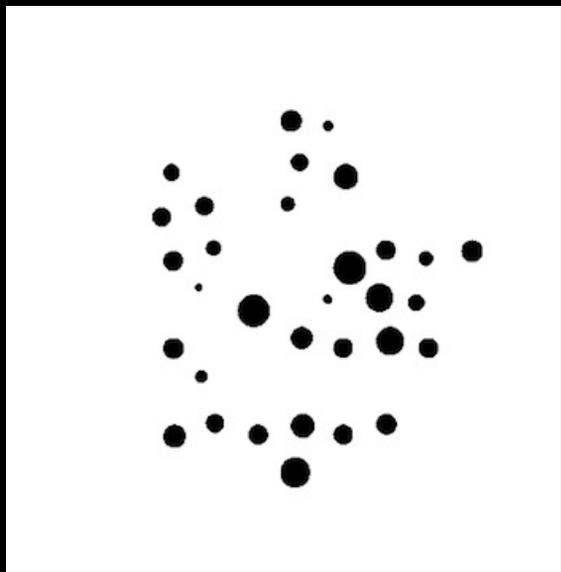


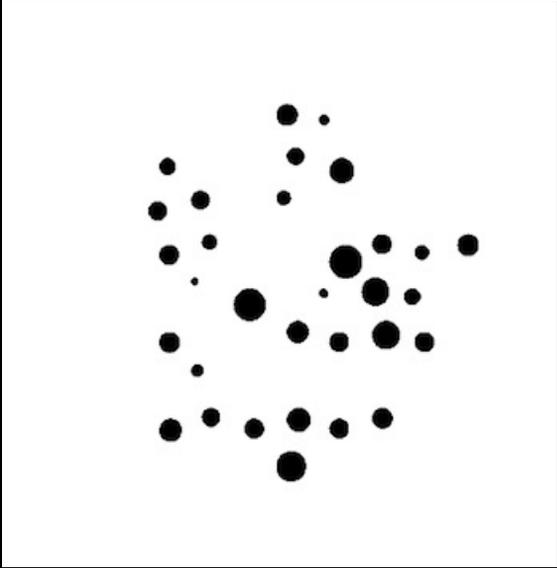
Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

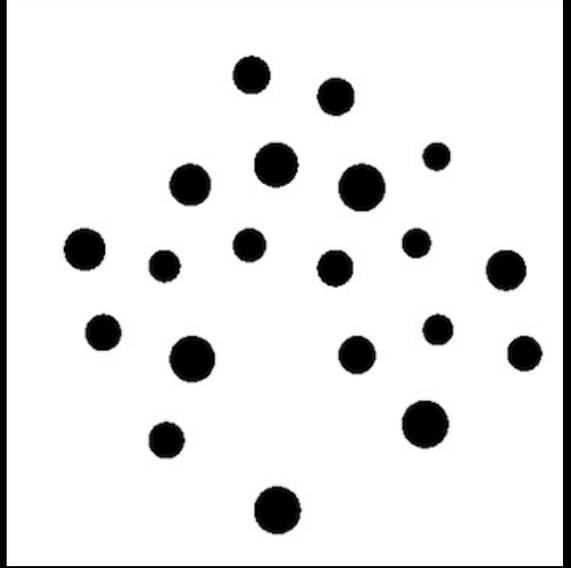
Mengendifferenzierung:

- Annahme eines angeborenen Mengenrepräsentationssystems zur approximativen Verarbeitung von Mengen und Mengenrelationen (sog. „approximate number system“, ANS, siehe z. B. Feigenson et al., 2004)

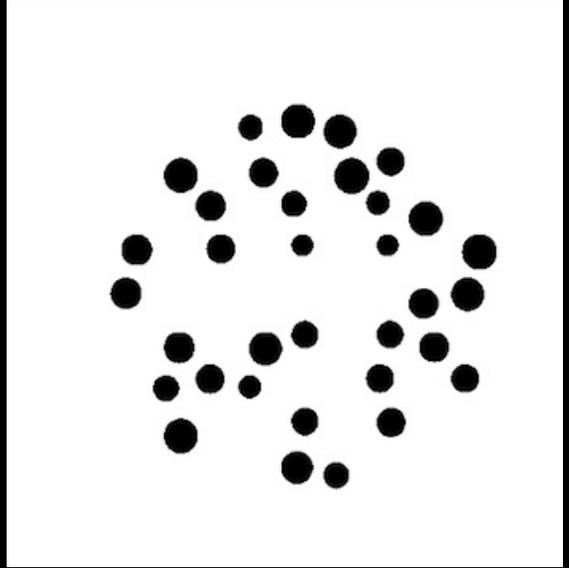
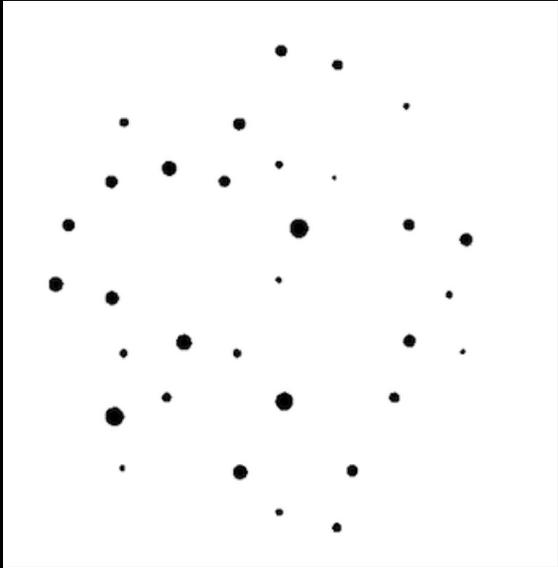


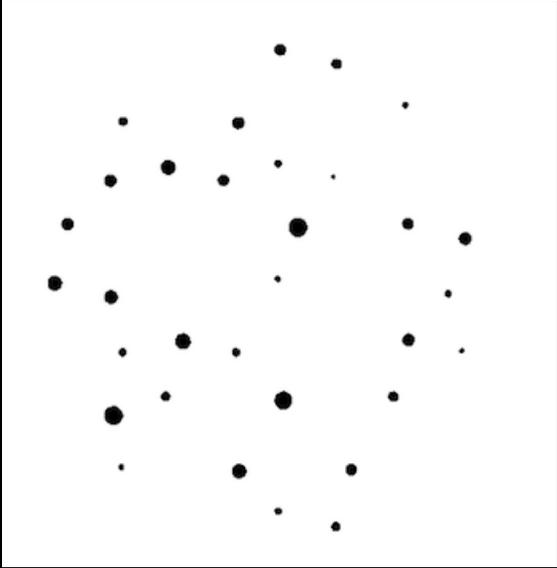


32

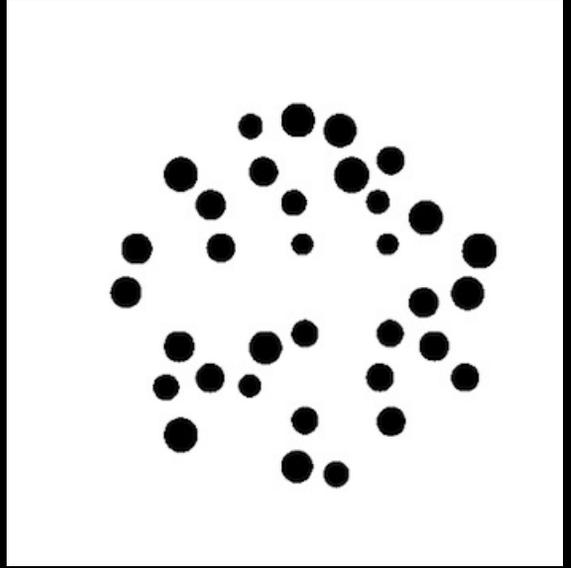


20





32



34

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

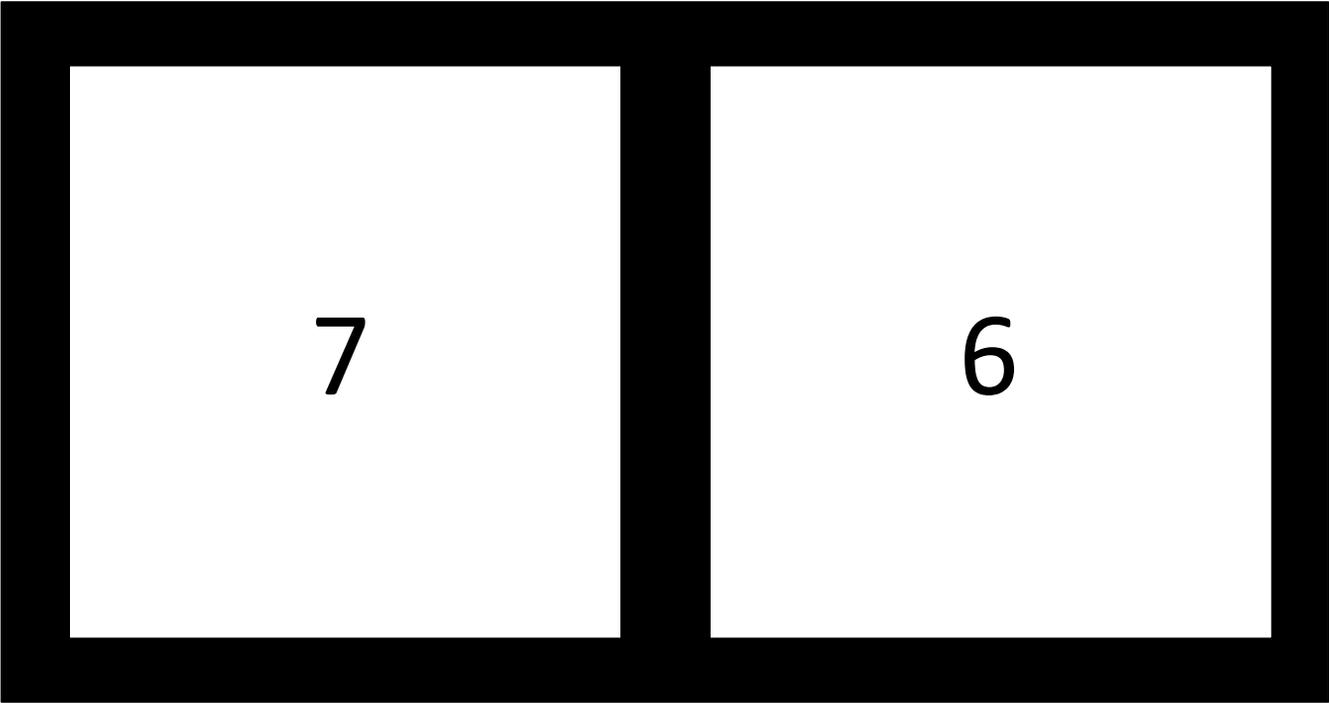
Mengendifferenzierung:

- ANS als Grundlage des Erwerbs arithmetischer Fertigkeiten (z.B. Feigenson et al., 2004)
- Zusammenhang zwischen approximativen Mengendifferenzierungsleistungen und arithmetischen Fertigkeiten vom Vorschul- bis ins Erwachsenenalter metaanalytisch nachgewiesen (Chen & Li, 2014; Schneider et al., 2017)
- Mengendifferenzierungsleistungen von Kindern im Alter von 12 Monaten stehen in Zusammenhang mit ihren numerischen Fertigkeiten im Alter von vier Jahren (Decarli et al., 2023)

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

Verknüpfung von Zahlwörtern bzw. Ziffern und Mengen:

- Erwerb zunehmend präziseren Wissens über numerische Größen als Kern der numerischen Entwicklung und Grundlage des Rechnenlernens (z.B. Siegler et al., 2011)



7

6

7

1

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

Verknüpfung von Zahlwörtern bzw. Ziffern und Mengen:

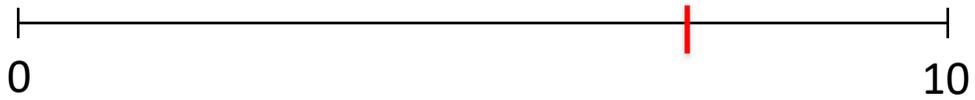
- Zusammenhang zwischen Leistungen beim sog. numerischen Größenvergleich arabischer Ziffern und arithmetischen Fertigkeiten vom Schul- bis ins Erwachsenenalter metaanalytisch nachgewiesen (Schneider et al., 2017)

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

Verknüpfung von Zahlwörtern bzw. Ziffern und Mengen:

- Erfassung des numerischen Größenverständnisses auch über sog. Zahlenstrahlaufgaben bei denen der numerische Abstand einer Zahl von den Endpunkten räumlich darzustellen ist

“Sieben”



Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

Verknüpfung von Zahlwörtern bzw. Ziffern und Mengen:

- Zusammenhang zwischen Leistungen bei Zahlenstrahlaufgaben und arithmetischen Fertigkeiten vom Vorschul- bis ins Erwachsenenalter metaanalytisch nachgewiesen (siehe Meta-Analyse von Schneider et al., 2018).

Zentrale Befunde zum Bereich Zahlen und Operationen

- Approximative Mengenverarbeitung und numerische Größenverarbeitung grundlegend für den Erwerb arithmetischer Fertigkeiten
- Zusammenhänge vergleichsweise stärker bei symbolischer (numerische Größenverarbeitung von Zahlwörtern bzw. Ziffern) als bei nicht-symbolischer Verarbeitung (Mengenverarbeitung; siehe z.B. Schneider et al., 2017)



Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

„Im Zentrum des Ansatzes früher mathematischer Bildung in natürlichen Lernsituationen steht nicht explizites und intentionales Lernen, welches für Kinder in frühen Jahren noch nicht als optimal angesehen wird, sondern ein Lernen in der unmittelbaren Auseinandersetzung mit der Umwelt, wie es für Kinder in den ersten Lebensjahren typisch ist“

(Gasteiger, 2017, S. 21)

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Was Kinder lernen können - Zahlen und Operationen:

- Mengen schätzen
- zählend Anzahlen bestimmen
- strukturierte Mengen zum Beispiel auf Würfeln erfassen
- Ziffern erkennen und entsprechende Mengen zuordnen
- Ziffern oder Zahlwörter der Größe nach ordnen und vergleichen
- mit Hilfe von Gegenständen oder ohne diese rechnen

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Denkt laut: „Ich frage mich gerade, wie viele Reiskörner auf meinem Teller liegen.“
- Mit den Kindern könnt ihr Mengen schätzen – „Was denkt ihr, wie viele Bauklötze sind in der Schachtel?“ – und Mengen entsprechend eines Zahlwortes darstellen: „Gib mir mal drei Steine.“ Oder: „Zeig mir mal vier Finger. Kannst du mir vier Finger auch auf andere Weise zeigen?“
- Ihr könnt Zahlwörter zur Anzahlbestimmung verwenden, zum Beispiel: „Wir sind acht Personen, also brauchen wir acht Teller, für jeden einen“.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Ihr könnt mit den Kindern Zähllieder und Zählreime aufsagen; Bücher zum Zählen oder zu Zahlen anschauen. Allerdings stehen Geschichten mit personifizierten Zahlen – zum Beispiel die Geschichte von der kranken Vier – der abstrakten Idee von Zahlen entgegen. Deshalb sind sie ungeeignet.
- Mit den Kindern könnt ihr Zahlen in der Umgebung entdecken, zum Beispiel auf Uhren, Haus- und Autonummern, Bussen oder Preisschildern. Ihr könnt Zahlen benennen und überlegen, wo sie noch zu finden sind oder vorkommen, zum Beispiel als Seitenzahlen oder in Telefonnummern.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Ihr könnt zählen, zum Beispiel Treppenstufen oder den Countdown, bevor etwas begonnen wird
- Ihr könnt die Anzahl verdeckter Objekte von nur teilweise sichtbaren Mengen bestimmen, zum Beispiel die Anzahl der Würfel eines Würfelbauwerks, bei dem einzelne Würfel verdeckt sind.
- Dinge zählen, vergleichen (weniger oder mehr) und die jeweiligen Mengen zerlegen, zusammensetzen oder halbieren und verdoppeln.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Ihr könnt strukturierte Mengen, zum Beispiel Würfel oder Dominosteine, und Bündel erkunden, zum Beispiel Fünfer-Bündel in Strichlisten oder Zehner-Bündel in Eierkartons.
- Zahlwörter oder Zahlen könnt ihr der Größe nach vergleichen – „Was ist mehr/weniger? Drei oder sechs?“ – und mit Hilfe von Gegenständen oder im Kopf rechnen.
- Verwendet räumliche Begriffe – zum Beispiel klein/groß
- Ihr könnt Abfolgen benennen, zum Beispiel „erstens, zweitens...“

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Zusammen könnt ihr Bewegungsspiele machen, euch zum Beispiel beim Zählen oder Rechnen in vorgegebene Richtungen bewegen: „Zwei Schritte nach vorn.“
- Mit den Kindern könnt ihr Gesellschaftsspiele spielen. Bei Würfelspielen könnt ihr sie bitten, möglichst ohne zu zählen anzugeben, was gewürfelt wurde und die entsprechenden Bewegungen der Spielfigur laut zu zählen.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Zahlen und Operationen:

- Ihr könnt mit den Kindern kochen, vorher planen und einkaufen. Bei der Planung könnt ihr überlegen, für wie viele Personen ihr kocht, und einschätzen, wie viele Lebensmittel ihr braucht. Auf die Einkaufsliste schreibt ihr die Anzahl der einzelnen Zutaten. Beim Einkaufen könnt ihr Dinge abwiegen und Preise vergleichen.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Was Kinder lernen können - Raum und Form:

- im Raum orientieren
- in vorgegebene Richtungen bewegen
- geometrische Formen in der Umwelt erkennen
- etwas nach einer Abbildung oder Beschreibung aufbauen und es, auch in der Vorstellung, aus verschiedenen Perspektiven erkunden

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ihr könnt zählen, zum Beispiel Treppenstufen
- Zusammen könnt ihr Bewegungsspiele machen, euch zum Beispiel beim Zählen oder Rechnen in vorgegebene Richtungen bewegen: „Zwei Schritte nach vorn.“
- Verwendet räumliche Begriffe – zum Beispiel unter/über, zwischen, in der Mitte – und berücksichtigt dabei auch unterschiedliche Perspektiven: dies hier/das da, hinter dir, rechts neben dem Schrank.
- Ihr könnt strukturierte Mengen, zum Beispiel Würfel oder Dominosteine, und Bündel erkunden, zum Beispiel Fünfer-Bündel in Strichlisten oder Zehner-Bündel in Eierkartons.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ihr könnt teilen: „Wir halbieren/vierteln die Pizza“
- Mit den Kindern könnt ihr natürliche Materialien – wie Steine oder Schneckenhäuser – und Alltagsgegenstände – wie Knöpfe oder Büroklammern – sammeln; Symmetrien bei Blättern erkunden; Dinge sortieren (rund oder eckig), nach der Länge ordnen, und die jeweiligen Mengen zerlegen, zusammensetzen oder halbieren und verdoppeln.
- Denkt laut: „Ich überlege, was passiert, wenn der Papierflieger nicht symmetrisch ist.“

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Spiegelspiele: Erkundet mit einfachen Spiegelkacheln Symmetrien, baut mit zwei Spiegelkacheln Klappspiegel und beobachtet die Spiegelung von Bildern. Schlägt den Kindern vor, Bewegungen wie ein Spiegelbild nachzuahmen: Ein Kind bewegt sich, und ein anderes Kind, das ihm gegenüber oder neben ihm steht, ahmt diese Bewegungen nach.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ihr könnt die Anzahl verdeckter Objekte von nur teilweise sichtbaren Mengen bestimmen, zum Beispiel die Anzahl der Würfel eines Würfelbauwerks, bei dem einzelne Würfel verdeckt sind.
- Ihr könnt mit den Kindern messen, zum Beispiel mit Würfeln gleicher Größe Flächeninhalte ermitteln.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ihr könnt Bauwerke nach einer Abbildung oder Beschreibung – „Unten ist ein roter Würfel, darüber ist...“ – errichten, zerlegen und wieder zusammensetzen oder sie, auch in der Vorstellung, aus verschiedenen Perspektiven erkunden.
- Ihr könnt gemeinsam Wege erkunden und Wegepläne zeichnen, zum Beispiel für den Weg zum Spielplatz; Labyrinth entwerfen und erkunden; Gegenstände verstecken und den Weg zu einem Versteck beschreiben; Schatzkarten malen und Suchbilder beschreiben: „Es ist rund, blau und links neben...“

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Mit den Kindern könnt ihr ebene Figuren wie ein Viereck oder Dreieck zeichnen, verkleinern oder vergrößern und sie ausschneiden. Ihr könnt geometrische Körper (Würfel, Kugel) kneten und sie mit Alltagsgegenständen vergleichen.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ein Tangram basteln: Zerlegt ein Quadrat aus Pappe in zwei große Dreiecke, ein mittelgroßes Dreieck, zwei kleine Dreiecke, ein Quadrat und ein Parallelogramm. Mit diesen Teilen könnt Ihr vorgegebene Figuren legen oder eigene Figuren erfinden und dokumentieren.



Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Raum und Form:

- Ein Tangram basteln: Zerlegt ein Quadrat aus Pappe in zwei große Dreiecke, ein mittelgroßes Dreieck, zwei kleine Dreiecke, ein Quadrat und ein Parallelogramm. Mit diesen Teilen könnt Ihr vorgegebene Figuren legen oder eigene Figuren erfinden und dokumentieren.



Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Was Kinder lernen können - Muster und Strukturen:

- Zusammenhänge verschiedener Merkmale erkennen, z. B.
„Die meisten Autos sind rot.“
- Regelmäßigkeiten erkennen, die über einzelne Situationen hinausgehen, z. B.
„Große Gegenstände sind häufig schwerer als kleine.“

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Muster und Strukturen:

- Verwendet zeitliche Begriffe – zum Beispiel gestern, heute, morgen – und nennt als Morgenritual die Uhrzeit, den Wochentag, den Monat und das Jahr. Kündigt zeitliche Abläufe an, zum Beispiel: „Zuerst machen wir... und dann...“, „Montags machen wir immer...“
- Beim Kochen könnt ihr die Abfolge einzelner Tätigkeiten benennen und mit den Kindern auf kleine Gruppen verteilen, was zu tun ist.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Muster und Strukturen:

- Mit den Kindern könnt ihr natürliche Materialien – wie Steine oder Schneckenhäuser – und Alltagsgegenstände – wie Knöpfe oder Büroklammern – sammeln; Symmetrien bei Blättern erkunden; Dinge sortieren (rund oder eckig), nach der Länge ordnen
- Mit den Kindern könnt ihr Zahlen in der Umgebung entdecken, zum Beispiel auf Uhren, Haus- und Autonummern, Bussen oder Preisschildern.

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Muster und Strukturen:

- Ihr könnt Häufigkeiten feststellen, zum Beispiel bei Mehrheitsabstimmungen oder bei der Verteilung der Geburtstage auf Monate. Das könnt ihr auf Strichlisten oder im Kalender dokumentieren und in Diagrammen grafisch darstellen. Ihr könnt auch vergleichen und dabei Veränderungen feststellen: „Wie viele Kinder hatten in diesem Monat Geburtstag und wie viele im letzten Monat?“

Frühe mathematische Bildung in Alltagssituationen

Pädagogisches Handeln - Muster und Strukturen:

- Ihr könnt zum Nachdenken über Zusammenhänge anregen: „Je mehr Kinder mitspielen, desto weniger Karten bekommt jedes Kind.“
- Ihr könnt nach Mustern in der Umgebung suchen – zum Beispiel Farbmuster auf Kleidungsstücken oder Teppichen – und eigene Muster nach einer Regel bilden; zum Beispiel eine Reihe aus verschiedenen Bausteinen – ein Würfel, eine Kugel, zwei Würfel, eine Kugel, vier Würfel – legen und nach Regeln oder Regelfehlern in Mustern suchen.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Literatur

- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, *148*, 163–172.
- Decarli, G., Zingaro, D., Surian, L., & Piazza, M. (2023). Number sense at 12 months predicts 4-year-olds' maths skills. *Developmental Science*, *26*(6), e13386. <https://doi.org/10.1111/desc.13386>
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*(7), 307–314.
- Gasteiger, H. (2017). Frühe mathematische Bildung – sachgerecht, kindgemäß, anschlussfähig. In S. Schuler, C. Streit, & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 9–26). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- KMK – Kultusministerkonferenz (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Beschluss vom 15.10.2004. München: Luchterhand. www.kmk-org.de
- Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296.
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S., Stricker, J., De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, *20*(3), e12372. <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of Number Line Estimation With Mathematical Competence: A Meta-analysis. *Child Development*, *89*(5), 1467–1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>